

INTERACTIVIDAD Y ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

MURILLO RAMÓN, JESÚS y CASTELLANOS FONSECA, ROBERTO

Departamento de Matemáticas y Computación. Área de Didáctica de la Matemática. Universidad de La Rioja
jmurillo@unirioja.es
roberto.castellanos@unirioja.es

Resumen. El objetivo de nuestra investigación es construir, ejemplificar y analizar los beneficios de una herramienta metodológica pensada para mejorar el éxito escolar en el aprendizaje de la Estadística en la Educación Secundaria Obligatoria, trabajando con alumnos de diversificación curricular. En estos momentos hemos construido el sistema tutorial y hemos realizado una evaluación a través del test de BADYG renovado y una estadística de rendimientos mediante pruebas de control inicial y final para alumnos que han utilizado el sistema y alumnos con enseñanza tradicional. Hemos obtenido una clasificación de errores junto con una serie de indicadores para cada tipo.

Palabras clave. Estadística, aprendizaje, entorno interactivo, atención a la diversidad, hoja de cálculo, internet, tipos de errores.

Interactivity and attention to diversity in learning statistics

Summary. The aim of our research is to build, exemplify and analyze the benefits of a methodological tool thought for improving the success of the students when learning Statistics in the Compulsory Secondary Education, working with pupils belonging to a diversification group. For the time being we have built the tutorial system and achieved an assessment through the updated BADYG test and a statistical analysis of the students outputs based on initial and final control tests for students who have used our system and students with traditional teaching. We have got a classification of errors together with a series of indicators for each kind of error.

Keywords. Learning of statistics, learning, interactive environment, attention to diversity, spreadsheet, internet, kind of errors.

I. INTRODUCCIÓN

Tanto en los Reales Decretos que desarrollaban la Ley Orgánica de Calidad Educativa (LOCE), como posteriormente en los correspondientes al desarrollo de la Ley Orgánica de Educación (LOE) se insiste al tratar los Elementos Básicos del Currículo de Matemáticas en el desarrollo tecnológico como una de las características más importantes de nuestro tiempo. En particular, el Decreto 23/2007, de 27 de abril de 2007, por el que se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) de la Comunidad Autónoma de La Rioja dice que las tecnologías de la información y la comunicación estarán integradas en el currículo. Así mismo, se nos habla de que las diferentes actuaciones educativas deberán contemplar la atención a la diversidad del

alumnado, compatibilizando el desarrollo de todos con la atención personalizada de las necesidades de cada uno. Por otro lado, en la actualidad, la estadística tiene una gran presencia en los medios de comunicación y son muchas las materias que hacen uso de ella, por lo que su estudio es muy importante para capacitar a los estudiantes a analizar de forma crítica la información de naturaleza estadística.

La adquisición de las competencias está mediatizada por la gran diversidad del alumnado existente en las aulas, donde el profesor se puede encontrar con alumnos con deficiencias en cuanto a sus conocimientos y actitudes en muy diferentes estadios de desarrollo. También nos

encontramos en nuestro quehacer diario como docentes con alumnos que requieren un refuerzo personalizado debido a sus necesidades educativas específicas que con un entorno de aprendizaje interactivo lo podrían recibir incluso fuera del aula; por supuesto se podría hacer extensible a los alumnos recién llegados procedentes de otros países y que tienen a priori muchas más dificultades para seguir el discurso oral de una clase tradicional que el lenguaje escrito, visual, icónico e interactivo que se utiliza en un sistema informático multimedia.

Este trabajo tiene un doble objetivo principal: por un lado el de diseñar un Sistema Tutorial Interactivo para el Aprendizaje de la Estadística (STIAE¹); y por otro analizar el uso de dicho sistema en la adquisición de competencias por parte de los alumnos y ver cómo evolucionan los errores cometidos por los alumnos tras usar el entorno interactivo. En el diseño del STIAE se han tenido en cuenta las conexiones entre comunicación y matemáticas como han puesto de relieve numerosas investigaciones en el área de Didáctica de las Matemáticas.

La comunicación matemática se fomenta tanto por su propio valor como debido a los efectos que se espera que produzca en el proceso de aprendizaje y en la calidad del conocimiento resultante. Se cree que la comunicación matemática es buena para el pensamiento matemático (Marcos, 2008, p. 22). Poniendo énfasis en la comunicación cuando se trata de educación matemática es probable que cambie no sólo el modo en que se enseña sino también lo que entendemos sobre aprendizaje y sobre lo que se aprende. La comunicación debería ser vista no sólo como mera ayuda al pensamiento, sino como casi equivalente al pensamiento mismo (Sfard, 2001, pp. 13-57).

En definitiva, con nuestra investigación esperamos poner de manifiesto que el STIAE puede ser una herramienta complementaria del profesor que le ayude en sus necesidades de atender a la diversidad de alumnos con que se encuentra cada día, gracias a la capacidad que le proporciona para adaptar a las características cognitivas de cada alumno, tanto las actividades y las respuestas que da el sistema a las producciones de los alumnos como los mensajes de ayuda.

Utilizando de esta manera las TIC, el enfoque didáctico se centra en la adquisición de competencias por parte del alumno, de forma que es el entorno de aprendizaje el que se adapta al alumno y no el alumno el que tiene que adaptarse al entorno.

1.1. Soporte técnico de la investigación

El entorno de aprendizaje interactivo (STIAE) está constituido por una red electrónica, Internet, *software* de correo, un navegador, un foro de discusión y una hoja de cálculo electrónica modificada. Todo el *software* utilizado es de dominio público excepto la hoja de cálculo donde se ha optado por Excel al ser la más usada socialmente, pero podría utilizarse cualquier otra, por ejemplo la hoja de Works o la de OpenOffice. Aun no siendo las hojas de cálculo programas específicamente educativos

ni aplicaciones interactivas, estos dos aspectos, fundamentales para trabajar en un entorno de aprendizaje interactivo, se consiguen al integrarlos en el sistema tutorial, utilizando los propios recursos de la hoja de cálculo y la estructura de las actividades planteadas a los alumnos. A pesar de la potencia de las Hojas de Cálculo, en nuestro entorno interactivo hemos limitado el uso de las funciones estadísticas de forma que los alumnos no las podían utilizar al resolver las distintas actividades porque creemos que en la ESO es conveniente hallar los parámetros estadísticos utilizando fórmulas elementales como si las estuvieran haciendo en el cuaderno pero beneficiándose de la facilidad de los cálculos.

Ponemos de manifiesto que así como hay muchos investigadores que han simultaneado en la enseñanza de las matemáticas, la tutorización artificial y la humana en entornos asistidos por ordenador (especialmente en Geometría Dinámica) hemos encontrado muy pocos trabajos del mismo tipo en relación con el estudio de la Estadística en la ESO utilizando un entorno interactivo que responda a la diversidad del alumnado.

2. SITUACIÓN E INTERÉS

Parece claro que en la sociedad actual, para los momentos presentes y futuros, las exigencias de formación inicial y profesional para desenvolverse en los distintos entornos son bastante diferentes de las necesarias no hace mucho tiempo. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo, y en la información que se maneja, cada vez aparecen más tablas, gráficos y expresiones que exigen conocimientos matemáticos y estadísticos para su correcta interpretación. Las destrezas básicas de comunicación están adquiriendo un papel primordial. En nuestra sociedad actual basada en la información, resulta indispensable que los alumnos aprendan a comunicarse matemáticamente, que tengan oportunidad de leer, escribir y discutir ideas para las que el uso del lenguaje matemático sea algo natural. Además los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse a los continuos cambios que se generan. En un entorno de cambio tan acelerado, es conveniente dejar de preparar individuos para desempeñar una única ocupación y realizar una formación en el aprendizaje. Es decir, se trata de preparar a las personas para poder aprender y saber comunicar.

La presencia de la estadística en los medios de comunicación y el uso que se hace en muy diversos ámbitos y materias plantea la necesidad que en la actualidad tenemos de promover una enseñanza efectiva que capacite a los futuros ciudadanos para analizar de forma crítica las presentaciones e interpretaciones, muchas veces sesgadas, que contiene la información de naturaleza estadística. Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambiente de incertidumbre (Batanero, 2002).

En los países democráticos donde las decisiones políticas y sociales implican aspectos técnicos cada vez más complejos, es imprescindible que exista un electorado culto y bien informado. Cada vez está más asumido que la dinámica del mundo moderno exige que todo ciudadano, para ejercer sus derechos y comprender su entorno, posea una cierta alfabetización en estadística.

Un objetivo de la educación matemática es proporcionar una cultura estadística, de manera que los alumnos sean capaces de interpretar y evaluar de manera crítica la información estadística que aparece en los medios de comunicación y capacitarlos para discutir o comunicar sus opiniones al respecto. Nuestros estudiantes deben comprender la Estadística lo suficientemente bien para «consumir» adecuadamente la información con la que somos bombardeados diariamente, piensen críticamente sobre ella y sean capaces de tomar decisiones correctas basadas en esta información. Debemos conseguir la «alfabetización estadística». Según Gal (2002, p. 2) *«la habilidad de la gente para interpretar y evaluar críticamente información estadística y argumentos basados en datos que aparecen en diversos canales mediáticos, y su habilidad para discutir sus opiniones teniendo en cuenta tal información estadística»*

El interés de nuestras autoridades educativas por la alfabetización estadística, en cuanto a conseguir la competencia estadística y la formación en las TIC de nuestros alumnos de educación secundaria, se muestra claramente en el decreto de mínimos de la ESO (RD1631/2006, 2007). En este decreto se plantea que nuestros alumnos sean capaces de: Emplear los métodos y procedimientos estadísticos y probabilísticos para enjuiciar la realidad o las informaciones que de ella ofrecen los medios de comunicación, la publicidad, Internet u otras fuentes de información; analizar críticamente la función que desempeñan y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

El impacto producido por las TIC sobre la sociedad, y especialmente sobre los sistemas educativos genera nuevas necesidades que hacen que haya que replantearse el concepto de la formación general, y también el concepto de persona alfabetizada, ya que, por ejemplo, hay que formar ciudadanos con conocimientos sobre las nuevas tecnologías con la intención de que sean usuarios autónomos, es decir, con capacidad de reflexión y crítica.

Esta nueva situación que ha aparecido en la llamada Sociedad de la Información con la llegada de las TIC hace que se produzca una mejora en el proceso formativo individual porque se genera, mediante el uso de estas herramientas, una forma de planificar y elaborar actividades y desarrollar proyectos en el proceso de enseñanza aprendizaje, más centrada en el alumno. Para ser competente en el uso de las TIC como herramienta de trabajo intelectual hay que usarlas en sus dos facetas: tanto en su función transmisora de información y conocimiento, como en su función generadora del mismo (por ejemplo al emplearlas como instrumentos en la utilización de modelos de procesos matemáticos).

En estos momentos, parece claro para casi todo el mundo que las TIC y en particular los recursos informáticos son herramientas que promueven un aprendizaje activo de los alumnos, y que su uso es parte integrante de la vida cotidiana. La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en el tratamiento de la información y la competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. Es necesario, si queremos que el desarrollo tecnológico sea compatible con el de las personas, fomentar, aportando los recursos necesarios, una capacitación de las personas en ciencia y tecnología y como en ellas está implícito el conocimiento matemático resulta indispensable educar el pensamiento matemático y en particular el estadístico. En la construcción del conocimiento los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y, en definitiva para hacer matemáticas, proponemos un método de enseñanza en el que el aprendizaje matemático tenga lugar a través de prácticas que impliquen la actividad del alumno, como son la resolución de problemas, la discusión, el establecimiento de conjeturas, etc. En este sentido estaríamos hablando más de *hacer matemáticas* que de *conocer matemáticas*.

3. OBJETIVOS

En el marco de la sociedad de la información, donde los conocimientos necesarios para desarrollar la actividad profesional se renuevan continuamente, parece claro que la escuela no puede proporcionar a todos los estudiantes todos los saberes que integran la cultura actual, sobre todo en alumnos con poca regularidad asistencial a las clases y que presentan problemas de aprendizaje y de conducta. En este sentido las competencias básicas constituyen unos *mínimos* que proporcionan referencias sobre los principales aspectos donde es preciso centrar los esfuerzos, sin pretender suplantar el diseño curricular escolar para los alumnos con un rendimiento más deficitario, sino que pretenden hacer reflexionar y promover la inclusión de estas habilidades o aprendizajes clave en todos los currículos de la enseñanza obligatoria, pero más allá de estas competencias básicas, debemos intentar alcanzar con cada uno de nuestros estudiantes los *máximos* posibles (Marqués, 2006).

De acuerdo con los planteamientos anteriores, la estructura de las actividades y las medidas que tomamos de atención a la diversidad están orientadas a responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos y a conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente. En definitiva, pretendemos que alumnos con dificultades de aprendizaje (en primer lugar de diversificación curricular, algunos de ellos alumnos con necesidades educativas especiales; y más tarde de grupos ordinarios), a través de un Sistema Tutorial Interactivo de Aprendizaje de la Estadística (STIAE), desarrollen una serie de competencias

matemáticas y destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información, para con sentido crítico adquirir nuevos conocimientos y una preparación en el campo de las tecnologías de la información y comunicación y comprender y expresar con corrección textos y mensajes. Como objetivos de la investigación tratamos de:

1. Diseñar e implementar un sistema tutorial interactivo y colaborativo de enseñanza-aprendizaje de la Estadística en la ESO con unas actividades en cuyo diseño y estructura se tenga en cuenta la atención a la diversidad del alumnado.
2. Analizar el entorno interactivo como medio para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículum correspondiente² en alumnos con dificultades de aprendizaje (diversificación curricular).
3. Analizar los errores estadísticos cometidos por los alumnos y ver su evolución tras usar el entorno interactivo de aprendizaje.
4. Validar la eficacia del entorno interactivo implementado, comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usen el sistema con otros que no sigan esta metodología.

4. MARCO TEÓRICO

Consideramos el marco teórico como un marco de integración en donde se considera la aportación de distintos autores, utilizada en diferentes fases de la investigación.

Asumimos una visión *constructivista* del aprendizaje y la premisa de que para conseguir un buen resultado es necesario un esfuerzo y que ese esfuerzo requerido ha de ser deseado por los alumnos gracias a la capacidad de atracción de las actividades en sí mismas y del interés despertado por las características del medio utilizado (*aprendizaje significativo*) entendiendo que aprender es por naturaleza un fenómeno social, donde la adquisición de nuevo conocimiento es el resultado de la interacción de un grupo de personas que participan en un diálogo (*aprendizaje social*), donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo (*aprendizaje colaborativo*). Siguiendo el punto de vista de Vigotsky (1978), podemos decir que el hecho de aprender es por naturaleza un fenómeno social (aprendizaje social), ya que la adquisición de nuevo conocimiento es el resultado de la interacción de gente que participa en un diálogo, y que aprender es un proceso dialéctico en el que un individuo contrasta su punto de vista personal con el de otro hasta llegar a un acuerdo. Podemos considerar el **aprendizaje colaborativo**, como un conjunto de métodos de instrucción para la aplicación en los grupos pequeños, de entrenamiento y desarrollo de habilidades mixtas (*aprendizaje y desarrollo personal y social*), donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo (Johnson y Johnson, 1987). La primera de las tres ideas centrales que se desprenden de esta definición se refiere a «conjunto de

métodos de instrucción para aplicación en grupos pequeños». Se trata de que los alumnos trabajen en un grupo no numeroso, pero no sólo para que desarrollen las tareas encomendadas, sino que además aprendan el proceso de aprender. La segunda idea relativa al «entrenamiento y desarrollo de actividades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social)» resalta la importancia del proceso de aprendizaje, poniéndolo al mismo nivel que la adquisición de conocimientos. Por último, en la definición de aprendizaje colaborativo se incide en una característica fundamental de la colaboración: «donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo». Se busca que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje y aprendan junto a otros a aprender, que sea su responsabilidad el que su compañero de grupo se desarrolle, y donde el éxito del grupo completo depende de los individuales aportes de cada uno de sus miembros (Martín, 2002).

4.1. Clasificación y categorización de errores

A partir de diversas visiones planteadas sobre la clasificación y categorización de los errores propuestas por distintos autores (Radatz, 1980; Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar, 1987; Werner, Davis y Brousseau, 1986; Rico, 1995; Socas, 1997; Garfield, 2003; Murillo y Marcos, 2005; Minnaard et al., 2007; Pennac, 2008), primero en el ámbito de las matemáticas en general y posteriormente en el campo de la estadística en particular y de los resultados empíricos obtenidos, se ha realizado una clasificación de los errores cometidos por los alumnos al responder a los ítems del cuestionario que se les pasó al efecto, antes y después de usar el STIAE.

- Errores de tipo 1 (E1): errores de tipo computacional, se deben a la aplicación incorrecta de un algoritmo de cálculo.

Se incluyen en esta categoría los que Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) califican como errores técnicos (errores de cálculo y los derivados de la ejecución de algoritmos básicos, entre otros).

- Errores de tipo 2 (E2): errores que se producen al aplicar correctamente un algoritmo que es inapropiado.

Los errores de este tipo son análogos a los que Werner, Davis y Brousseau (1986) describieron como aquellos que son la aplicación correcta de un procedimiento sistematizado que es inapropiado.

- Errores de tipo 3 (E3): errores que se producen por una concepción inadecuada del objeto matemático.

Esta categoría tiene que ver con lo que tanto Garfield (2003) como Werner, Davis y Brousseau (1986) llaman *misconceptions* o concepciones inadecuadas del objeto matemático.

- Errores de tipo 4 (E4): errores por incompetencia lingüística, son errores que se producen por incompetencia al expresarse uno mismo en una variedad de vías sobre

temas de contenido estadístico así como al entender enunciados sobre esta materia, es decir, incompetentes en el proceso de comunicación según Rico (2007).

Dentro de esta categoría tienen también cabida los errores que Radatz (1980) califica como errores del lenguaje pero refiriéndose al mal uso y comprensión de términos y símbolos matemáticos debido a su inadecuado aprendizaje. Así mismo, son errores de este tipo las repeticiones, contradicciones, insuficiencia de argumentos, falta de claridad e inadecuación del lenguaje respecto al objeto comunicativo (Murillo y Marcos, 2005).

- Errores de tipo 5 (E5): errores que se producen como consecuencia del uso de métodos propios del estudiante, en general informales (Werner, Davis y Brousseau, 1986) así como otros que tienen que ver con las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas en general y hacia la Estadística en particular (Socas, 1997).

También consideraremos dentro de esta categoría lo que Pennac (2008) denomina respuestas absurdas. La respuesta absurda no procede de ningún intento de razonamiento. El alumno no responde a la pregunta que se le hace, sino al hecho de que se la haga.

Se muestra un ejemplo de cada tipo en el ANEXO 1.

4.2. La diversificación curricular

Los programas de diversificación curricular son la expresión concreta y excepcional de **una medida de atención a la diversidad** extrema dentro de un currículo abierto y flexible que permite responder a las peculiaridades del alumnado mediante una propuesta curricular, organizada y coherentemente con los objetivos generales del currículo ordinario de la enseñanza secundaria. No son la única medida de atención a la diversidad sino que es una más del conjunto de estrategias posibles, que comienzan por el mismo currículo del segundo ciclo y sus características, y terminan por las estrategias específicas de carácter curricular («refuerzo educativo», «adaptaciones curriculares...») con el objetivo de que el alumno obtenga el título de Graduado en Educación Secundaria.

Los programas de diversificación son un recurso del Proyecto Curricular de la ESO, que permite intervenir de modo significativo y global sobre el **qué enseñar y aprender** (objetivos y contenidos) y el **cómo enseñar y aprender** (organización y metodología) en un intento de ajustarse de la manera más precisa a un alumnado específico y de acuerdo a sus características, pero sin perder la esencia de la evaluación (**qué, cómo y cuándo evaluar**).

Los programas de diversificación curricular tienen por finalidad que los alumnos, mediante una metodología y unos contenidos adaptados a sus características y necesidades, alcancen los objetivos generales de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y, por lo tanto, obtengan el título de Graduado en Educación Secundaria.

Pueden acceder a los programas de diversificación curricular los alumnos mayores de dieciséis años, o que los cumplan en el año en que acceden al programa, previa evaluación psicopedagógica, oídos el propio alumno y sus padres, y con el informe del Servicio de Inspección de Educación. Así mismo, a partir del próximo curso académico 2007/08 podrán hacerlo quienes, una vez cursado segundo curso de la ESO, no estén en condiciones de promocionar a tercero y hayan repetido ya una vez en la etapa (RD 1631/2006).

Además, para acceder a estos programas, los alumnos deben cumplir el requisito de que en cursos anteriores se hayan encontrado con dificultades generalizadas de aprendizaje, cualquiera que sea su causa, en tal grado que les hayan impedido alcanzar los objetivos propuestos para el ciclo o curso correspondiente, y que, a juicio de la junta de profesores del grupo al que pertenezcan y del Departamento de Orientación, se encuentren en una situación de riesgo evidente de no alcanzar los objetivos de la etapa cursando el currículo ordinario.

Los contenidos del ámbito científico-tecnológico lo hacen tomando como referencia el currículo de las áreas de Ciencias de la Naturaleza, Matemáticas y Tecnología. Dado el carácter opcional de las áreas de Tecnología y Ciencias de la Naturaleza en el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria, para la selección de los contenidos de ambas áreas se tienen en cuenta fundamentalmente los que forman parte del currículo común para todo el alumnado de la etapa.

Dentro de los programas de diversificación curricular nos encontraremos habitualmente con una tipología de alumnado muy variada, en alguna ocasión incluso con alumnos con necesidades educativas especiales. El término «Alumno Con Necesidades Educativas Especiales» (ACNEE) viene expresado por primera vez en el informe Warnock, publicado en el Reino Unido en 1978. Dentro de la definición de alumnos con necesidades educativas especiales están incluidos aquellos que padecen dislexia, ya que la dislexia es una deficiencia de la lectura, la escritura y el aprendizaje. Su causa es una alteración de las zonas cerebrales del lenguaje. Se le atribuye una base genética y no está relacionada con la inteligencia. Sus manifestaciones son muy variadas, dependiendo de la edad del alumno y de la intensidad del trastorno. Se pueden observar déficits en las funciones relacionadas con la memoria, el vocabulario, las áreas motrices y el habla. En la etapa preescolar ya se pueden detectar alteraciones significativas en el lenguaje, la motricidad, la percepción y la falta de madurez en general, por lo que, sabiendo que no se cura sólo con el paso del tiempo, se requiere de un diagnóstico *temprano* para poder ayudar al niño oportunamente (Iglesias, 2005).

4.3. Sistemas interactivos de aprendizaje

El término Sistema Interactivo de Aprendizaje es frecuentemente usado en la literatura de educación. Según Barker (1990), puede usarse para cubrir un amplio rango de situaciones de aprendizaje en las que varios tipos de conocimiento o intercambio de la información entre siste-

mas comunicadores que están implicados en alguna forma de proceso de diálogo. Tal proceso normalmente implica un intercambio de información coordinado y sincronizado usando convenciones y procedimientos acordados. Así mismo, estos diálogos pueden realizarse entre múltiples compañeros comunicadores, pueden también ser multimedia (implicando a varios canales de comunicación diferentes) y multimodal implicando a una variedad de modalidades conceptuales, perceptuales y físicas).

4.3.1. Mecanismos de interactividad de estos sistemas de aprendizaje

La interactividad implica al menos dos sistemas: el estudiante y el sistema de aprendizaje. Los dos sistemas se influyen mutuamente en sus *espacios de estados*, causando varios cambios de estado. El *espacio de estado* de un sistema es un conjunto de estados que parecía ser importante en la explicación de la conducta que muestra el sistema. Algunas veces un sistema de aprendizaje interactivo puede considerarse simétrico y sincrónico. Así, las perturbaciones producidas en el sistema por el alumno crean reacciones dentro del sistema de aprendizaje. Algunas de estas reacciones se dirigen directamente hacia el alumno en forma de retroalimentación. La retroalimentación producida por el sistema de aprendizaje puede también actuar como un tipo de perturbación que capacita al sistema estudiante para modificar o adaptar la naturaleza de cualquier otra perturbación que pueda éste generar. Como una consecuencia de este proceso de diálogo general pueden ocurrir varios tipos de cambios en el sistema de aprendizaje. Por ejemplo, el sistema de aprendizaje puede construir varios modelos de estudiantes y entonces usar esos modelos para generar secuencias y/o metodologías. Otra característica de estos sistemas es que sus facilidades de enseñanza-aprendizaje son dinámicamente sensibles a las necesidades del estudiante, del mismo modo que éste actúa de manera adaptativa.

4.3.2. Tipos de sistemas interactivos de aprendizaje.

Según Barker (1990) existen dos tipos de sistemas interactivos de aprendizaje: los centrados en el hombre y los basados en las tecnologías.

Los *sistemas centrados en el hombre* pueden diferenciarse por un tipo de interacción en la que los sistemas comunicadores son personas que entran en diálogo con objeto de facilitar algún proceso de aprendizaje. La interacción entonces puede desarrollarse de tres formas distintas: uno a uno (profesor-alumno), uno a varios (profesor-grupo de alumnos), o bien varios a varios (trabajo en grupo). En los *sistemas basados en tecnologías* el proceso de diálogo se desarrolla entre el alumno o alumnos y las tecnologías usadas para iniciar y mantener los procesos de enseñanza-aprendizaje que tratan de sostener. El carácter de este tipo de interacción va a depender en muchos casos del correcto uso que se haga de la tecnología (sea vídeo, televisión, radio, ordenador, etc.), mientras que en otros casos la interacción va a estar mucho más controlada como sucede con las tecnologías que integran el uso de muy diferentes tecnologías instruccionales y que a menudo se conocen como *multimedia* (entendiendo el

término multimedia como aquellos medios que basados en la tecnología informática incorporan diversas capacidades que antes sólo podían ser suministradas a través de tecnologías diferenciadas).

La **situación de aprendizaje** puede tratarse, al menos, de tres tipos:

a) situación en la que el estudiante aprende sólo ante la tecnología, como es el caso en muchos sistemas de aprendizaje asistido por ordenador individualizados

b) situación de trabajo compartido dentro de una red de usuarios, trabajando de forma colaborativa

c) *clase virtual* en la que los estudiantes y el profesor están distribuidos geográficamente, como es el caso de distintos sistemas de teleconferencias basadas en el ordenador.

Las situaciones anteriores pueden combinarse dando lugar a modelos mixtos de aprendizaje, lo que fundamentalmente corresponde a nuestra situación.

4.3. La teoría de las inteligencias múltiples

La enseñanza a lo largo de la historia humana casi siempre ha sido uniforme, basándose en la creencia de que todas las personas deben recibir el mismo trato: deben estudiar las mismas materias con los mismos métodos y se deben evaluar de la misma manera, ya que este tipo de enseñanza se basa en la suposición de que todas las personas son iguales y por tanto la enseñanza llega por igual y de una manera equitativa a todo el mundo.

Nosotros, al igual que Gardner, creemos que no todos nos parecemos y que tenemos personalidades y temperamentos distintos, por lo que proponemos como alternativa a la enseñanza uniforme una enseñanza configurada individualmente de forma que tenga en cuenta las diferencias individuales y, en la medida de lo posible, desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades. El ingrediente esencial es el compromiso para llegar a conocer la mentalidad (personalidad) de cada estudiante como individuo de forma que podamos conocer los intereses, preferencias, inquietudes, experiencias y metas de cada estudiante para garantizar que las decisiones educativas se tomen en función de los perfiles actualizados de los alumnos (Gardner, 2001, pp. 155-157). No es fácil para los profesores ofrecer unos currículos y unos medios pedagógicos individualizados en una clase de secundaria, y aún es más difícil pedir a los estudiantes que lleven a cabo varias actuaciones y luego darles una respuesta que les ayude a mejorar. Sin embargo, el uso de las TIC parece hecho a medida para ayudar a hacer realidad el tipo de enfoque basado en la teoría de las Inteligencias Múltiples (Gardner, 2001, páginas 180-181).

Gardner (1983) propuso la existencia de siete inteligencias separadas en el ser humano. Las dos primeras (lingüística y lógico-matemática) son las que normalmente se han valorado en la escuela tradicional. Más adelante

Gardner (2001) consideró la posible existencia de otras varias inteligencias (naturalista, espiritual y existencial) pero hasta ahora no ha considerado ampliar la lista salvo con una nueva inteligencia, la inteligencia naturalista que corresponde a la octava inteligencia. La teoría de las Inteligencias Múltiples permite realizar una categorización de las habilidades de los alumnos desde ocho perspectivas distintas. Una vez que se han valorado dichas habilidades (García, 2007), se han desarrollado actividades adecuadas a los gustos de los alumnos de forma que estimulen los distintos tipos de inteligencia, de manera que a través del STIAE se ha facilitado el aprendizaje planteando las actividades considerando las preferencias de los alumnos.

5. NUESTRO SISTEMA TUTORIAL INTERACTIVO DE APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

Los elementos básicos que constituyen nuestro entorno son una página Web escrita en html, donde planteamos las actividades a realizar por nuestros alumnos, un navegador de Internet con posibilidad de manejar el correo electrónico (fundamentalmente a través de Webmail), una hoja electrónica de cálculo (en nuestro caso utilizamos Excel, pero puede ser cualquier otra) y un foro de discusión donde los alumnos y el profesor (como un alumno avanzado) se plantean cuestiones de los tópicos a resolver.

5.1 ¿Cómo funciona nuestro entorno de aprendizaje?

En algunos ámbitos de la enseñanza de las matemáticas, como por ejemplo en Geometría (Cabri, Sketchpad, Cin-

derella...), se utilizan programas informáticos pensados específicamente para el proceso de enseñanza-aprendizaje, que además son interactivos y que permiten recoger el historial de la actividad del alumno durante los experimentos y el análisis de esta información, para conocer *qué pasa por la cabeza de los alumnos* cuando están implicados en la actividad matemática, *cómo analizan* y *transforman* la información, aspectos fundamentales a tener en cuenta para mejorar el proceso de aprendizaje. De aquí el interés en que la recogida de la información sobre el proceso que han seguido en la resolución del problema sea lo más completa posible, ya que resulta fundamental para el investigador de cara a determinar las claves para entender qué han hecho los estudiantes y por qué lo han hecho (Gutiérrez. 2005).

En el caso de nuestra investigación la aplicación informática que hemos seleccionado es la Hoja de Cálculo, concretamente Excel, en la que no existe ningún comando o función específico que nos permita revisar los pasos que han dado los alumnos a lo largo del proceso de resolución de la actividad, pero hemos aprovechado los «recursos» de la propia hoja de cálculo para conseguirlo. Utilizando la función «*compartir el Libro*», tenemos la posibilidad de saber **cuándo** se hizo un determinado cambio, **quién** lo hizo y **dónde** (en qué celda). Estos cambios de cuándo, quién y dónde se pueden observar bien haciendo que queden resaltados en la propia pantalla de trabajo o bien recogiendo los cambios en un nueva hoja llamada Historial. El perfil de trabajo del alumno queda registrado por tanto en el Historial y, como está protegido, los alumnos no pueden modificarlo ni borrarlo. En las figuras 1 y 2, ilustramos el Historial de cambios de las dos maneras citadas.

Figura 1
Historial de cambios 1.

7						
8	Total de paga	492.00				
9	Total alumno	25.00				
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Figura 2
Historial de cambios 2.

Número de acción	Fecha	Hora	Quién	Cambiar	Hoja	Rango	Valor nuevo
1	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	A8	Total de paga
2	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	B8	=15*B+20*7+22*5+24*3+25*2
3	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	A9	Total alumnos
4	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	B9	=8+7+5+3+2
5	09/02/2007	13:54	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	D8	Paga media
6	09/02/2007	13:55	AULA210-07	Cambio de celda	Actividad	E8	=B8/B9

El registro automático de los cambios sólo se puede establecer cada 5 minutos, por lo que para que se registren todos los cambios en cada una de las celdas, es necesario que el usuario guarde el fichero cada vez que lo modifica, pues en caso contrario sólo se guardarían el estado inicial y final de la celda y los estadios intermedios correspondientes a los 5 minutos de actualización automática, perdiendo posiblemente el perfil de resolución de la actividad. Es fundamental para que los datos queden completamente recogidos, que los alumnos trabajen de esta manera, guardando el fichero cada vez que efectúen alguna modificación, y así poder analizar completamente el proceso de resolución.

Por otra parte, las hojas de cálculo no son programas específicamente educativos y tampoco son aplicaciones interactivas, aspectos fundamentales para trabajar en un entorno de aprendizaje interactivo, que conseguimos al integrarla en el sistema tutorial que hemos diseñado, utilizando los propios *recursos* de la hoja de cálculo y la estructura de las actividades planteadas a los alumnos. (ver figura 3 más adelante).

5.2. La interfaz gráfica del alumno

Lo que el alumno verá cuando acceda al archivo de una de las actividades que se han planteado en la página Web correspondiente es lo siguiente:

1. En un rango de celdas protegidas, establecido por el profesor, aparece el enunciado de la actividad que tiene que resolver.

2. Existe un área de trabajo para el alumno, donde puede realizar todo tipo de operaciones que estime oportuna. Una vez obtenida una respuesta, si el alumno la considere adecuada, la debe introducir en una celda establecida al efecto.

3. A continuación el alumno debe elegir la respuesta del menú desplegable que más parecida sea a la que éste haya introducido, y seguidamente debe guardar los cambios.

Si el alumno después de trabajar no llega a una respuesta que considere adecuada, tenemos dos opciones: la primera es que le mande el archivo al profesor; y la segunda es que le dejemos ir al paso 3 y ver las posibles respuestas y elegir una o más para ver si eso le ayuda a resolver la actividad.

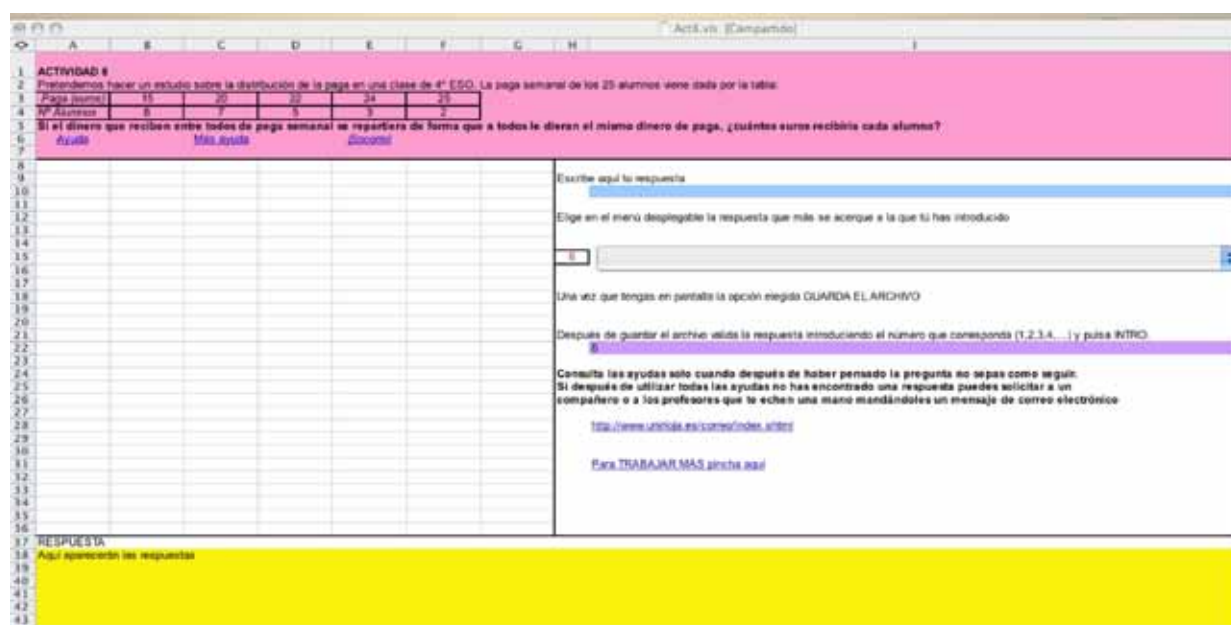
1. A la izquierda del menú desplegable aparece un número (en rojo) asociado a la respuesta que aparece en pantalla. En la celda establecida se debe introducir dicho número.

2. Al introducir el número en la celda establecida (paso 4), aparecerá una «reacción-respuesta» en la celda correspondiente.

3. Si la respuesta es correcta, el alumno termina; en otro caso volverá al paso 2 pero ahora con la información que le ha aportado el sistema tutorial (entorno de aprendizaje).

Se ilustra a continuación en la figura 3 la interfaz del alumno.

Figura 3
Interfaz del alumno.



5.3. La interfaz del profesor

La interfaz del profesor aparentemente es la misma que la del alumno; sin embargo, tiene acceso a cambiar el enunciado de la actividad, las ayudas y en especial en una parte oculta para el alumno puede modificar las respuestas que aparecen en el menú desplegable así como las reacciones que mostrará el sistema cuando el alumno elija esa respuesta. Hemos considerado cinco posibles respuestas (de la 1 a la 5) dejando la 6 como valor de control (inicio) para un posterior análisis de las producciones de los alumnos a través del Historial. Las celdas de introducción del número de respuesta se han «validado» para que únicamente permitan los valores enteros del 1 al 6 ambos inclusive. Se ha restringido el área de trabajo a una porción de la Hoja 1 del libro, no pudiéndose utilizar más que esa zona. La figura 4 sirve como ilustración

Sólo se admiten números con dos decimales aunque en Excel, el aspecto de un número es diferente del número almacenado en la celda. La mayoría de las veces, aunque parezca que un número se está redondeando, sólo se redondea su presentación. En los cálculos se utilizará el número que está detrás de la presentación. Es necesario que los alumnos validen sus cambios, cada vez que modifican algo, puesto que de otra forma no se grabarán esas acciones en el Historial (control de cambios) ya que lo máximo que nos permite el sistema es guardar los cambios cada 5 minutos.

5.4. Metodología de trabajo con los alumnos

Consideramos que fundamentalmente la actividad del profesor debe ser la de moderar y guiar el trabajo y la discusión de los estudiantes, facilitando en la medida que sea posible el aprendizaje y ayudándoles a lo largo del proceso de resolución de las actividades planteadas, de manera que el discurso instruccional se convierte en un diálogo. En cuanto al alumno, pretendemos conseguir una implicación activa en la adquisición del conocimiento, favorecida por el diseño de las actividades, que permiten a los alumnos participar en ellas de manera que les interesen y comprendan la finalidad de las mismas y en las que en su resolución se utilizan medios informáticos. El entorno de aprendizaje se constituye en una comunidad de aprendizaje, organización compleja en la que todos sus miembros deben asumir la responsabilidad de su aprendizaje, en función del grado de comprensión de la actividad y del papel que les corresponde.

Trabajamos en nuestra investigación con un grupo de nueve alumnos de ambos sexos del grupo de Diversificación Curricular de 4.º ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja; seis de ellos provienen de 3.º ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario.

Figura 4
Interfaz del profesor.



Cada alumno dispone de un ordenador personal conectado a Internet que le identifica unívocamente en las actividades que realiza, de forma que en el Historial quedará reflejado con el nombre asignado al ordenador (AULA210-01 hasta AULA210-09). El grupo es muy heterogéneo en el sentido de que cada uno de ellos podríamos decir que es un caso de «educación especial», aunque por otro lado es homogéneo en cuanto a la edad (todos cumplirán dieciocho años este año) y en cuanto a los problemas con los estudios que todos han tenido (todos han repetido curso dos veces a lo largo de su vida académica por distintas causas). Además, cuando entraron en el Programa de Diversificación tenían una media de cuatro materias pendientes de años anteriores, siendo uno de ellos un alumno con necesidades educativas especiales (ACNEE) debido a sus graves problemas de dislexia. Podríamos decir sin riesgo a equivocarnos que estos alumnos habrían abandonado el sistema educativo de no estar en el programa de Diversificación, ya que han llegado al segundo ciclo de la ESO más por imperativo legal, su edad, que por los conocimientos que tienen.

5.5. Metodología de trabajo en las distintas fases

En cuanto a la metodología en las distintas fases que se muestran a continuación, nos hemos basado en el método de diseño de programas para la enseñanza de la matemática propuesto por Cajaraville (1989, 57-58) para el uso de ordenadores en el aula, aunque adaptándolo al STIAE. Nosotros trabajamos con un entorno interactivo para el aprendizaje de la Estadística, mucho más sofisticado que el mero uso del ordenador en el aula; sin embargo, nos hemos apoyado en los pasos establecidos por Cajaraville.

5.5.1. Primera fase (curso académico 2005/06)

Desarrollamos el proyecto con seis alumnos que estaban en 3.º de ESO, del programa de Diversificación para que utilizaran las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de las Matemáticas, aplicadas a una parte del currículo de la Estadística en la ESO. En esta fase utilizamos una primera versión de nuestro sistema tutorial interactivo. Las Matemáticas están integradas dentro del Área científico-tecnológica con un total de 6 horas semanales, de las que se dedicaron al proyecto dos horas de media semanal. El proyecto se utilizó como refuerzo a la docencia personal, así; además de adquirir los conocimientos en el aula según el modelo tradicional, los alumnos dispusieron de una plataforma que les permitió acceder también a una acción tutorial a distancia del profesor vía la plataforma.

En esta primera fase, dadas las características de los alumnos con los que comenzamos la investigación, queríamos conocer el estado general en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, la evolución de determinados conocimientos y destrezas del currículo de la ESO en Estadística, en el aprendizaje y uso de las TIC y grado de satisfacción por el uso de nuestro entorno interactivo de aprendizaje.

Para determinar la evolución de los mismos en cuanto a aptitudes diferenciales y generales, realizamos la primera prueba del test de BADYG³ (Yuste, 2000) en febrero del 2005⁴ y la segunda en junio del 2006, una vez habían trabajado con el sistema tutorial. En la tabla de percentiles, recogemos los resultados comparativos.

Tabla
Percentiles (16 febrero 2005/ 20 junio 2006).

ALUMNOS	IG	RL	RA	SN	ML	CO	PN	EF	MA	MV	A
Alumno 1	50/66	70/66	59/73	38/23	97/92	30/46	20/54	59/77	62/66	70/73	54/62
Alumno 2	85/95	82/89	46/73	89/82	89/95	30/73	85/89	95/98	73/62	23/41	62/54
Alumno 3	70/85	70/77	82/97	66/54	50/66	54/54	73/92	66/87	85/89	8/13	62/27
Alumno 4	8/20	23/30	23/23	38/23	27/38	3/50	8/23	18/38	23/18	50/50	27/89
Alumno 5	95/99	94/99	95/92	92/98	85/99	95/97	66/89	89/95	97/97	6/46	80/87
Alumno6	-/54	-/66	-/59	-/23	-/98	-/15	-/23	-/85	-/46	-/6	-/20

Al Alumno 6, no se le pudo hacer la prueba en febrero del 2005, por sus graves problemas de dislexia.

Claves		
IG: Inteligencia General.	ML: Matrices Lógicas.	MA: Memoria Auditiva.
RL: Razonamiento Lógico.	CO: Completar Oraciones.	MV: Memoria Visual.
RA: Relaciones Analógicas.	PN: Problemas Numéricos.	A: Atención.
SN: Series Numéricas.	EF: Encajar Figuras.	

Para analizar la evolución de las destrezas y habilidades hemos realizado un prueba inicial y otra final, tanto a los alumnos del proyecto como al resto de los alumnos de 3.º de ESO (pruebas semejantes a las que se muestran en el Anexo 2).

La primera prueba se pasó a los alumnos de 3.º de ESO a principios de diciembre de 2005, para comparar a todos los alumnos con los participantes en el proyecto y a éstos con el resto de los de su clase ordinaria. Se realizaron 60 pruebas, 6 pertenecientes a los alumnos participantes en el proyecto y las 54 restantes pertenecientes al resto de los cursos de 3.º de ESO. La prueba constaba de 40 ítems en los que se preguntan cuestiones relacionadas con los fundamentos de la Estadística Descriptiva unidimensional, gráficos y su interpretación, medidas de centralización y posición y medidas de dispersión. Se calificó a un punto por ítem. Hay que hacer notar que una parte importante de los ítems corresponden exclusivamente a los contenidos del currículo de 3.º de ESO, por lo que todos los alumnos que provienen de 2.º de ESO, es decir, que no están repitiendo 3.º de ESO, no han recibido nunca hasta ahora instrucción sobre dichos conceptos, por lo que era de esperar no muy buenos resultados. No obstante, se incluyeron para ver si había una diferencia significativa entre las respuestas dadas por esos alumnos y sus compañeros que están repitiendo 3.º ESO y, por tanto, ya fueron instruidos sobre estos aspectos en las clases de Matemáticas del curso pasado 2004/05.

En la última semana de clase de junio de 2006 cuando los alumnos acabaron los exámenes correspondientes al curso académico se les volvió a pasar la misma prueba (solamente se cambiaron los valores de los datos numéricos) a los alumnos de 3.º de ESO de los grupos B, C y D (al grupo A no fue posible) con el objeto de determinar si había habido alguna diferencia importante en el nivel de conocimientos de Estadística, así como en su relación entre alumnos participantes en el proyecto y los que no participan. Se pospuso la prueba para estas fechas porque, por un lado, en los cursos ordinarios de Matemáticas de 3.º de ESO la instrucción del tema de Estadística está prevista en la programación correspondiente en la última parte del curso y, por otro lado, los alumnos participantes en este proyecto siguieron trabajando en él hasta el final de curso. Una vez realizadas las pruebas de junio, se procedió a un estudio comparativo entre los resultados de antes y después de la utilización del sistema tutorial por los alumnos que han participado en este proyecto y el resto de alumnos que ha seguido una enseñanza según el modelo tradicional.

Los resultados globales de 3D⁵ frente al resto, sobre 40 puntos de los resultados de la prueba, fueron:

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	Media	D.T	C.V.	Media	D.T	C.V.	Media	D.T	C.V.
3D	8,29	4,64	0,56	18,75	7,89	0,42	10,46	3,25	-0,14
3.ª A,B,C	6,21	4,09	0,66	-	-	-	-	-	-
3.º B,C	5,11	3,39	0,66	9,67	6,41	0,66	4,55	3,02	0

Se observa una mejora de los resultados tanto en 3D como en el resto de los grupos a lo largo del curso académico. Los resultados iniciales de los alumnos de diversificación curricular, aun siendo malos, eran algo mejores que los del resto de los alumnos, quizá debido a que había preguntas que correspondían al currículo de 3.º de ESO y los alumnos que el año anterior cursaron 2.º curso y estaban este año en un curso ordinario de tercer curso no habían sido adiestrados en esos aspectos todavía, mientras que todos los alumnos del grupo de diversificación eran repetidores de tercer curso.

Sin embargo, como se puede observar, la mejora en los resultados es mucho más acusada en 3D que en el resto de los alumnos. La desviación típica ha sido algo mayor en 3D, pero el coeficiente de variación es menor por lo que en este sentido los resultados obtenidos por el grupo de diversificación son más homogéneos, es decir, están menos dispersos en relación con su resultado medio que los de todos los alumnos.

El uso del sistema tutorial interactivo parece que produce una mejora ostensible en los resultados de los alumnos de diversificación y que sus resultados son más homogéneos.

Un aspecto a tomar en consideración son los bajos resultados que obtuvieron en la prueba final el resto de los grupos. Alguna de las causas que se podrían apuntar, es que el tema de Estadística es de los últimos que se imparten y, debido a la extensión del temario, no se haya explicado suficientemente o más probablemente que el grupo de alumnos que hubo el año pasado en tercero de la ESO tenía unas bajas capacidades. No obstante, hemos de decir que precisamente este tipo de alumnos son los que nutren los programas de diversificación, por lo que parece que el uso del sistema tutorial interactivo es recomendable.

Los resultados globales de 3D frente a todos, sobre 40 puntos.

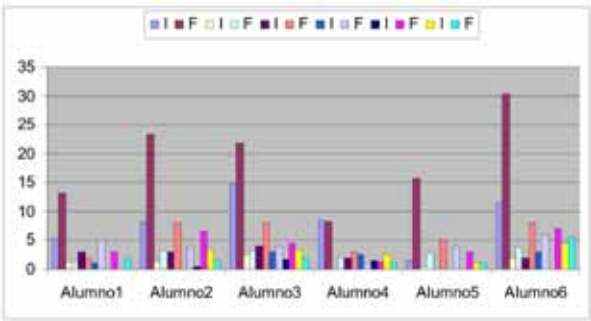
	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	Media	D.T	C.V.	Media	D.T	C.V.	Media	D.T	C.V.
3D	8,29	4,64	0,56	18,75	7,89	0,42	10,46	3,25	-0,14
TODOS	6,42	3,47	0,65	11,43	7,52	0,66	5,01	4,05	0,01

A la vista de los resultados, no hay variaciones significativas en relación con los globales de 3D frente al resto de sus compañeros. Sirven las mismas reflexiones y comentarios anteriores, por lo que no añadimos nada nuevo. Para ver con más claridad la evolución de los alumnos participantes en el proyecto, presentamos los resultados individuales de los seis alumnos de diversificación en las pruebas inicial y final.

Resultados individuales obtenidos por los alumnos de diversificación en la prueba inicial (I) y final (F). 3D. CURSO 2005/2006

ALUMNOS	GLOBAL		GENERALES		GRÁFICAS		CENTRALES		DISPERSIÓN		INTERPRETACIÓN	
	I	F	I	F	I	F	I	F	I	F	I	F
Alumno 1	5,25	13,25	1,25	1,25	3	2	1	5	0	3	0	2
Alumno 2	8,25	23,25	1,25	3,25	3	8	0	4	0,5	6,5	3,5	1,5
Alumno 3	14,75	21,75	2,5	3,25	4	8	3	4	1,75	4,5	3,5	2
Alumno 4	8,5	8,25	0	2	2	3	2,5	1	1,5	1,25	2,5	1
Alumno 5	1,5	15,75	0,5	2,75	0	5	0	4	0	3	1	1
Alumno 6	11,5	30,25	2	3,75	2	8	3	6	0	7	4,5	5,5

Figura 5
Resultados individuales de 3D.



Se observa que todos mejoran en sus resultados globales, con la excepción del Alumno 4. El aumento en la puntuación media del resto es apreciable. En especial destaca la mejora global del Alumno 2º que, a pesar de estar diagnosticado como ACNEE desde la educación primaria debido a su severa dislexia, ha obtenido en la prueba final la segunda mejor nota.

5.5.1.1. Primeros resultados sobre la evolución del alumno con necesidades educativas especiales (ACNEE) debido a su severa dislexia

Las dificultades concretas de nuestro alumno son, textualmente, las siguientes:

- Graves trastornos en lectura y escritura con omisiones, sustituciones, inversiones, rotacismo, alteración en la colocación de números, deficiente ritmo de lectura, bajo nivel de lectura comprensiva, dificultad para comprender el planteamiento de problemas.
- Dificultades en la coordinación motriz de movimientos manuales finos y gran tensión muscular.
- Elevado nivel de ansiedad ante las tareas escritas y atribuciones negativas sobre sí mismo. Las opiniones de los compañeros y de los adultos respecto a su rendimiento

académico son muy influyentes para él, de tal manera que procura trabajar poco para evitar el fracaso.

- Viene contento al instituto pero está poco motivado hacia el trabajo escolar.
- Como consecuencia de lo anterior, su nivel de competencia curricular es inferior al que le correspondería por su edad, mostrando lagunas importantes en casi todas las áreas.
- Su rendimiento en las pruebas de inteligencia le sitúan dentro de la normalidad, pero es claramente inferior en las escalas verbales. Por tanto, parece que su capacidad para el razonamiento en general no está limitada, pero sí tiene dificultades en la formación de conceptos y en el razonamiento verbal.

A lo largo de esta primera fase hemos comprobado algunos progresos en el alumno: Tal vez lo más destacable sea que el trabajo realizado a través del correo electrónico y el foro de discusión le han ayudado a participar en situaciones de comunicación escrita superando los bloques que el alumno tenía anteriormente debido a su dislexia. Anteriormente, en situaciones normales, cuando se le pedía que escribiera un mensaje, ya fuera con un contenido relacionado con la clase o con un tema más útil para él (notificar una demanda o redactar un recordatorio), no lo hacía, poniendo todo tipo de disculpas: *no sé, no me acuerdo*, o simplemente dejando pasar el tiempo. Cuando ante la presión del profesor se veía obligado a escribir algo, su producción era escasa, estereotipada y poco funcional. En la actividad que hemos realizado el alumno ha participado ampliamente, sus escritos eran marcadamente funcionales, con una clara intención comunicativa, y de longitud similar a la de sus compañeros y en muchos casos mayor. Ha habido un cambio evidente en su actitud ante la escritura y su motivación ha aumentado. Podemos decir que ha *descubierto* que puede transmitir pensamientos a través de la escritura.

Lo anterior es llamativo cuando lo comparamos con su actitud en otras asignaturas en las que sigue sin escribir nada por miedo al fracaso, aun a riesgo de suspender los exámenes.

En cuanto a sus dificultades propiamente disléxicas, prácticamente no ha habido evolución, tal como era de esperar, pues éste no era uno de los objetivos que nos planteábamos, ni el método se prestaba a ello. Sus producciones son de más calidad en el correo electrónico que en el foro. En este último sus déficits en la escritura son más evidentes hasta dificultar a veces la comprensión del escrito. En esas ocasiones los compañeros le contestan diciéndole que no le entienden, que lo escriba otra vez. El alumno reacciona muy bien, sin verse atacado en su autoestima, y dando más información. El nivel de lectura, al final, ha sido similar al de los compañeros en cuanto a la velocidad y a la comprensión. No se les ha pedido en ningún momento que leyeran en voz alta, lo que ha sido positivo para él. En un principio se pensó en la posibilidad de incluir archivos de sonido (que reprodujeran las preguntas escritas) como ayuda personal, pero no han sido necesarios.

Otro objetivo importante que se ha conseguido es que aumente su vocabulario, el número de conceptos y las relaciones entre ellos. Especialmente en los conceptos y los contenidos estadísticos trabajados su rendimiento ha sido como el del resto de la clase.

Por supuesto, y al igual que sus compañeros, ha aprendido a utilizar las nuevas tecnologías y a emplearlas de forma funcional.

Particularmente sorprendente ha sido el hecho de que este alumno, a pesar de su severa dislexia diagnosticada desde la educación primaria, ha obtenido la segunda mejor nota en la prueba final que se les pasó en junio. Hay que hacer notar que la nota obtenida es la segunda mejor nota no sólo considerando a los alumnos del grupo de diversificación, sino la segunda mejor nota global, teniendo en cuenta a todos los alumnos, siendo la mejor nota de todas las obtenidas conseguida también por otro de los alumnos del grupo de diversificación.

Como conclusión podemos decir que el uso del correo y del foro, junto con la Hoja de Cálculo en un alumno con necesidades educativas especiales debidas a una dislexia, para trabajar contenidos estadísticos ha sido claramente beneficioso para él, pues le ha permitido adquirir los conocimientos, ampliar su vocabulario, aumentar su motivación, mejorar su lectura y especialmente utilizar la escritura como medio de expresión con sus compañeros sin dejarse limitar por sus dificultades.

5.5.2. Segunda fase (curso académico 2006/07)

La desaparición del grupo de 3.º A en la comparación de los resultados obtenidos en la prueba de estadística final resta potencial al grupo de no diversificación, lo que podría hacer que los resultados estuvieran sesgados. Nos planteamos repetir el estudio en esta fase en 4.º de ESO mediante pruebas iniciales y finales de forma que las realicen todos los alumnos.

Trabajamos en esta fase de nuestra investigación con un grupo de nueve alumnos de ambos sexos del grupo

de Diversificación Curricular de 4.º de ESO de un IES de la Comunidad Autónoma de La Rioja, seis de ellos provienen de 3.º de ESO del mismo programa y los tres restantes se han incorporado este año al repetir curso y juzgar su equipo docente que no debían continuar en un curso ordinario.

En las primeras clases se trabaja con los alumnos en el manejo del entorno interactivo y del *software* correspondiente. Debido a que tenemos en clase a alumnos que están familiarizados con el entorno y a otros que lo desconocen por completo y con el fin de atender a la diversidad del alumnado, mientras se les explica a los nuevos alumnos el manejo del entorno y los elementos de Excel que se necesitan, los demás profundizan en el manejo de Excel, utilizando elementos del *software* que no se necesitarán propiamente en el proyecto.

En esta fase se ha podido realizar la prueba al 100% de los alumnos que cursaban 4.º de ESO en el IES donde se realizó el estudio. Con los resultados obtenidos podemos afirmar que efectivamente el uso del STIAE hace que mejoren ostensiblemente los resultados⁷ tanto en términos relativos como absolutos.

Observamos que había alumnos con gustos muy diferentes en cuanto a preferencias, por lo que en la siguiente planteamos una enseñanza que tenga en cuenta las diferencias individuales y en la medida de lo posible desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades, para lo cual nos basaremos en la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner (1983).

5.5.3. Tercera fase (curso académico 2006/07)

En esta fase se extiende el uso del STIAE a alumnos de 4.º de ESO que cursan la materia de Matemáticas opción A, además de los alumnos de Diversificación de 4.º de ESO. Proponemos como alternativa a la enseñanza uniforme una enseñanza configurada individualmente de forma que tenga en cuenta las diferencias individuales y, en la medida de lo posible, desarrolle prácticas que sirvan a distintos tipos de mentalidades. De acuerdo con esta premisa se realiza el test de las Inteligencias Múltiples diseñado por García Olivares (2007) según la teoría de Gardner (1983) a todos los alumnos de 4.º de ESO del IES donde se realizaba el estudio.

Se realiza un estudio comparativo entre los errores que cometen los alumnos antes y después de utilizar el STIAE y sobre la competencia estadística de los alumnos del IES donde se realiza la investigación dependiendo de si han utilizado el STIAE o han seguido una enseñanza tradicional. La prueba inicial y final se muestra en el Anexo 2.

Se realizaron 66 pruebas (33 iniciales y 33 finales). La prueba constaba de 19 ítems y se calificó a dos puntos por pregunta abierta y un punto por respuesta cerrada. Los resultados globales de la prueba sobre 34 puntos fueron los dados por las tablas de las figuras Resultados 1, Resultados 2 y Resultados 3.

Figura 6
Resultados 1.

Variable	Descriptive Statistics				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	33	10,33333	0,0000	20,00000	5,802298
PUNFIN	33	16,15152	5,0000	31,00000	7,374454

Figura 7
Resultados 2.

Variable	Descriptive Statistics Include condition: STIAE="S"				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	11	8,36364	1,00000	18,00000	5,334280
PUNFIN	11	21,00000	12,00000	31,00000	6,465292

Figura 8
Resultados 3.

Variable	Descriptive Statistics Include condition: STIAE="N"				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
PUNINI	22	11,31818	0,0000	20,00000	5,890965
PUNFIN	22	13,72727	5,0000	27,00000	6,670345

Como podemos observar, la puntuación media de los 33 alumnos pasa de 10,33 a 16,15 puntos. Se pasa de una puntuación mínima de 0 a otra de 5 puntos, y la máxima pasa de 20 a 31 puntos. Así mismo, se observa una mayor dispersión en los datos pues se pasa de una desviación típica inicial de 5,80 a una final de 7,37.

Veamos ahora las diferencias de puntuaciones iniciales dependiendo de que los alumnos hayan utilizado el STIAE (ver tabla de la figura Resultados 2) o hayan sido instruidos de forma tradicional (ver tabla de la figura Resultados 3).

Comparando los resultados obtenidos por ambos grupos de alumnos vemos que los alumnos que han utilizado el STIAE obtienen una puntuación media inicial (8,36) casi tres puntos por debajo de la obtenida por el grupo que estudia la opción B de Matemáticas (11,31). La dispersión de las puntuaciones en los dos grupos es similar tanto inicial como finalmente, observándose una notable mejoría en la puntuación final del grupo que ha usado el entorno interactivo (21 puntos) frente a los 13 puntos del otro grupo. Hay que notar que el recorrido en las puntuaciones finales del grupo del STIAE (19 puntos) es menor que los 22 puntos del grupo que ha recibido una enseñanza tradicional y que, obvio es decirlo, son en teoría los mejores alumnos, ya que la opción B es la opción «más difícil» de las dos que hay para optar en 4.º de ESO.

Se han analizado los errores estadísticos cometidos por los alumnos y se ha visto su evolución tras usar el STIAE, aplicando la categorización y clasificación de errores que hemos diseñado dentro de nuestro marco teórico. Se muestran a continuación los indicadores más representativos de cada tipo de error:

Errores de tipo 1 (E1):

- Error al calcular la media aritmética.

- No ordenar los datos para hallar la mediana.
- Ordenar los datos para hallar la mediana, pero errar al hallar el dato que ocupa la posición central (datos impares) o los dos datos centrales (datos pares).
- Error al calcular las frecuencias porcentuales.
- No dividir por el número de datos para calcular la media.
- No dividir por el número de datos para calcular la varianza.

Errores de tipo 2 (E2):

- Calcular correctamente la media cuando lo procedente era calcular la mediana.
- Calcular correctamente la media aritmética de los datos sin tener en cuenta las frecuencias.
- Calcular correctamente la media aritmética cuando lo apropiado era calcular la media ponderada.
- Calcular correctamente la mediana cuando lo apropiado era calcular la media.
- Calcular apropiadamente la media teniendo en cuenta las frecuencias pero no escogiendo adecuadamente las marcas de clase cuando los datos están agrupados por intervalos.

Errores de tipo 3 (E3):

- Los números para poder calcular la media aritmética han de ser naturales y distintos.
- Confundir media con mediana.
- La media debe ser igual a alguno de los datos.
- Confundir media aritmética y media ponderada.
- Confundir variación absoluta y relativa.
- Hallar la media de datos cualitativos (usando la frecuencia de los datos).
- No tener en cuenta las frecuencias absolutas para calcular la media.
- Hallar la media de las frecuencias absolutas para calcular la media.
- Confundir desviación típica con desviación de los datos con respecto a la media.

- Confundir varianza y desviación típica.
- Hallar la mediana de datos cualitativos no ordinales.
- Confusión entre eje horizontal y vertical en los gráficos.
- No reconocer información sesgada presentada de forma gráfica.

Errores de tipo 4 (E4):

La mayoría son errores por falta de claridad e inadecuación en las respuestas respecto al objeto comunicativo. Se omiten aquí porque sería muy prolijo enumerarlas todas. Se han seleccionado las dos que siguen por lo curiosas que son:

1. Falta de comprensión de los enunciados, falta de sentido en el contexto (o en la realidad). Por ejemplo, confundir el tamaño de una persona con su altura poniendo además personas de dos metros y medio como ejemplo.
2. Confusiones con respecto a la comprensión del lenguaje matemático. Por ejemplo: confusión del intervalo [a,b) con el número decimal a,b.

Errores de tipo 5 (E5):

Los principales errores de este tipo detectados son responder con perogrulladas para no dejar la respuesta en blanco y respuestas absurdas en las que es muy difícil discernir lo que pasa por la cabeza de los alumnos cuando contestan a la pregunta. Como curiosidad señalamos ésta: calcular la desviación típica como la raíz cuadrada de la media aritmética.

Como se puede ver, los errores que hemos encontrado corresponden a los que han encontrado otros autores en investigaciones anteriores, sobre todo los relacionados con los errores de tipo 1 (E1) y de tipo 3 (E3) que son los que más abundan en la literatura al respecto.

5. CONCLUSIONES Y APORTACIONES

Como síntesis podemos establecer las siguientes conclusiones y aportaciones:

- Hemos diseñado, descrito y ejemplificado una herramienta metodológica, construida para el aprendizaje de la Estadística en la ESO.

Esta herramienta metodológica, entorno interactivo para el aprendizaje de la Estadística, cuenta con unas actividades, en cuyo diseño y estructura, se ha tenido muy en cuenta, por una parte las características de nuestros alumnos, y por otra la incorporación progresiva de ayudas, planteando también propuestas de distintos niveles de exigencia en torno al problema o actividad inicial planteada.

El planteamiento anterior ha resultado fundamental para responder a las necesidades educativas de nuestros alumnos y para conseguir las competencias y objetivos básicos marcados por el currículo correspondiente.

- El análisis de los resultados iniciales y finales a lo largo de las distintas fases de la investigación muestra que la metodología utilizada, a través de la herramienta metodológica en la que el profesor ha actuado fundamentalmente como moderador y facilitador del aprendizaje, en la que el discurso instruccional ha sido un diálogo entre

profesor y alumnos y con la participación activa de los alumnos en la adquisición del conocimiento, ha proporcionado resultados globales mejorados de forma apreciable para todos los alumnos, incluido el alumno ACNEE.

Podemos considerar, por tanto, como aportación este procedimiento de enseñanza-aprendizaje.

- Hemos obtenido una categorización de los errores de los alumnos en relación a la Estadística y una serie de indicadores para cada uno de los tipos de errores.

- Se han elaborado distintos cuestionarios (como ilustración se muestra uno en el Anexo II) que pueden ser de utilidad para otros profesores de enseñanza secundaria cuando necesiten elaborar pruebas de evaluación que midan la competencia estadística de los alumnos.

- El análisis sobre la eficacia del sistema interactivo implementado, comparando la competencia estadística conseguida por los alumnos que usan el entorno interactivo con la de otras muestras de alumnos que no han seguido esta metodología, muestra que el uso del STIAE es altamente positivo.

- Como objetivo secundario, más perteneciente a la competencia digital y de las tecnologías de la información y comunicación que a la didáctica de la matemática, pero igualmente importante, podemos asegurar que la utilización efectiva del navegador de Internet y del correo electrónico, en el intercambio de respuestas y comunicaciones entre profesor y alumnos, muestra la consecución del objetivo de una preparación básica en el campo de las tecnologías de la información y comunicación.

NOTAS

1. El entorno interactivo utilizado (STIAE) es semejante al entorno usado en otras investigaciones de nuestro grupo (adaptado al estudio de la Estadística) y que ha dado lugar a un trabajo de investigación (Martín, 2002) y a dos tesis doctorales (Murillo, 2000; Marcos, 2008) en los que se analizan en detalle las interacciones con el entorno.
2. R.D. 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a ESO. Decreto 5/2011, de 28 de enero, por el que se establece el Currículo de la ESO de la Comunidad Autónoma de La Rioja. Orden ECI/2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la ESO.
3. El BADYG es un test colectivo, es decir, que se realiza con todos los alumnos de la clase al mismo tiempo. Es una prueba que sirve para conocer la inteligencia de los niños en edad escolar. Lo más interesante es la *idea global del resultado*, más que una prueba particular que puede estar sesgada.
4. Se pasó la prueba del test de BADYG en el curso 2004/05 a todos los alumnos susceptibles de pasar a un programa de diversificación al curso siguiente.
5. En el instituto donde se realizó el estudio el grupo 3D está formado íntegramente por todos los alumnos del grupo de Diversificación.
6. Al comienzo del trabajo a los alumnos les llamamos con su nombre de pila; posteriormente, para proteger la privacidad de los estudiantes se optó por nombrarlos Alumno 1, Alumno 2, etc. Esto ha hecho por ejemplo que el Alumno 2 que aparece en la tabla de figura \ref{individuales1}; sea la misma persona que el que aparece como Alumno 6 en la tabla de la figura \ref{percentiles}.
7. No se muestran los resultados por no hacer excesivamente extenso este artículo, que sí se hace en la 3.^a y última fase.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAEZA, P. et al. (1999). Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computador: La Esencia Interactiva. *Revista digital de Educación y Nuevas Tecnologías*, Número 2, Diciembre 1999. Recuperable en <<http://www.contexto-educativo.com.ar/1999/12/nota-8.htm>>.
- BATANERO, C. (2002). Conferencia inaugural: Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires.
- BARKER, P. (1990). Designing Interactive Learning Systems. *ETIT*, 27(2), pp. 125-145.
- BODNER, G.M. (1986). Constructivism: A theory of knowledge. *Journal of C. Education*, 63(10), pp. 873-878.
- BORRÁS I. (1997). Aprendizaje con Internet: una aproximación crítica. *Revista PÍXEL-BIT. Revista de Medios y Educación*, Número 9. Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Universidad de Sevilla.
- CAJARAVILLE, J.A. (1989). *Ordenador y educación matemática. Algunas modalidades de uso*. Madrid. Síntesis.
- COBO, P. y FORTUNY, J.M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42, pp. 115-140.
- FORTUNY, J.M. y RICHARD, P. (2004). Distance Education at Secondary Levels: Contexts and Norms for the Learning of Mathematics. *Comunicación. World Conference of Association for the Advancement of Computing in Education (E-Learn Washington (USA))*. 04/10/2004 - 04/10/2004.
- FRIEDMAN, H.H. et al. (2002). Using humor in the introductory statistics course. *Journal of Statistics Education*, Volume 10, Number 3.
- GAL, I. (2002). Adults' statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), pp. 1-25.
- GARCÍA, M. A. (2007). *Educación Matemática atendiendo a la diversidad. Análisis de una metodología específica*. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid.
- GARDNER, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. Nueva York, Basic Books; (trad. cast.: *Estructuras de la mente: la teoría de las inteligencias múltiples*, México, D.F., Fondo de Cultura Económica, 1987).
- GARDNER, H. (2001). *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Barcelona: Editorial Paidós.
- GARFIELD, J.B. (2003). Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), pp. 22-39.
- GRAVIER, S. y otros (2005). *Vérification de l'extension de modèles théoriques à un système tutoriel intelligent pour l'apprentissage interactif de la géométrie à l'école secondaire*. Universidad de Montreal.
- GUTIÉRREZ, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre el aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica. *IX Simposio de la SEIEM. Córdoba*.
- IGLESIAS, M.T. (2005). *Alumnos con dislexia: estrategias para educadores*. Buenos Aires: Universidad del Salvador.
- JOHNSON, D. y JOHNSON, R. (1989). Cooperative Learning: Giving At-Risk Students Hopes for a Brighter Future. *Edina, MN: International Book Company*.
- LÁZARO, A. et al. (2005). Tecnologías de la Información y de la Comunicación e Inclusión. *Red Especial Educativa* (Uruguay), <<http://capacidad.es/ciiee07/Uruguay.pdf>>.
- MARCOS, G. y MURILLO, J. (2005). Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo. *Investigación en Educación Matemática 9.º Simposio de la SEIEM*. Universidad de Córdoba.
- MARCOS, G. (2008). *Un modelo de análisis de competencias en un entorno interactivo*. Tesis doctoral, Logroño: Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja.
- MARQUES, P. (2006). *Nuevas competencias para los ciudadanos*. Departamento de pedagogía aplicada. UAB.
- MARTÍN, J.F. (2002). *El Aprendizaje colaborativo y la demostración matemática*. Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja.
- MINNAARD, C., DEL PUERTO, S. y SEMINARA, S. (2007). Identificación y análisis de los errores cometidos por los alumnos en Estadística Descriptiva. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(3). Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI).
- MOVSHOVITZ-HADAR, Z. e INBAR. (1987). An empirical classification model for errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, pp. 3-14.
- MURILLO, J. (2000). *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades aplicado a la enseñanza de la geometría en la ESO*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona. Servicio de publicaciones de la UAB.
- MURILLO, J. y MARCOS, G. (2005). Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo. *Investigación en Educación Matemática IX*. Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba y la SEIEM.
- PENNAC, D. (2008). *Mal de escuela*, pp. 148-148. Editorial Mondadori.
- RADATZ, H.C. (1980). Students' errors in the mathematical learning: a survey. *For the learning of mathematics*, 1(1), pp. 16-20.
- RICHARD, P. R. et al. (2003). Stratégie argumentative et système tutoriel pour l'apprentissage interactif de la géométrie. *Actes de l'EMF-2003* (Espace mathématique francophone), Tozeur.
- RICO, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, en Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. *Educación Matemática*, pp. 69-108. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- RICO, L. (2003). Evaluación de competencias matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003, en Castro, E. y De La Torre, E.

- (eds.). *Investigación en Educación Matemática*, 8.º Simposio de la SEIEM. Universidade da Coruña.
- RUMSEY, D.J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- SÁNCHEZ, J. (1997). Software educativo para alumnos con necesidades educativas especiales. *Revista PÍXEL-BIT. Revista de Medios y Educación*. Número 9. Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Universidad de Sevilla.
- SFARD, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, pp. 13-57.
- SOCAS, M.M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en Educación Matemática XI*, pp. 19-52. Tenerife: SEIEM.
- TIRADO, R. (1996). El diseño de sistemas interactivos multimedia de aprendizaje: aspectos básicos. *Revista PÍXEL-BIT. Revista de Medios y Educación*. Número 7. Secretariado de Recursos Audiovisuales y Nuevas Tecnologías. Universidad de Sevilla.
- VIGOTSKY, L.S. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- WERNER, T., DAVIS, R. y BROUSSEAU, G. (1986). Observing students at work, en Christiansen, B., Howson, G. y Otte, M. (eds.). *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- YUSTE, C. et al. (2000). *Badyg-M: manual técnico*. Madrid: CEPE.

[Artículo recibido en mayo de 2009 y aceptado en febrero de 2010]

ANEXO 1

Ejemplos de tipos de errores detectados

Errores de tipo 1 (E1): errores de tipo computacional, se deben a la aplicación incorrecta de un algoritmo de cálculo.

Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: La altura del alumno mediano es 169.

El error se produce al aplicar incorrectamente el algoritmo para hallar la mediana; es necesario ordenar los datos antes de escoger el que está en la posición central.

Errores de tipo 2 (E2): errores que se producen al aplicar correctamente un algoritmo que es inapropiado.

Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: $(171 + 172 + 169 + 171 + 177)/5 = 172$

El error se produce al aplicar el algoritmo para hallar de forma correcta la media aritmética cuando se debería haber aplicado el de la mediana.

Errores de tipo 3 (E3): errores que se producen por una concepción inadecuada del objeto matemático.

Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177; ¿cuál es la altura del alumno mediano?

Respuesta: $(171 + 172 + 169 + 171 + 177)/5 = 172$

El error se produce al confundir los términos media aritmética y mediana.

Errores de tipo 4 (E4): errores por incompetencia lingüística; son errores que se producen por incompetencia al expresarse uno mismo en una variedad de vías sobre temas de contenidos estadísticos así como al entender enunciados sobre esta materia, es decir, incompetentes en el proceso de comunicación.

¿Qué significa que el tamaño de una familia media es de 2,5? ¿Podrías inventar familias cuyo tamaño medio sea 2,5?

Respuesta: Que la suma de sus tamaños partido por todos los componentes de la familia es 2,5. Ejemplo: La familia está formada por 5 personas $(250 + 250 + 250 + 250 + 250)/5 = 2,50$ es su altura media.

Error de comprensión del enunciado al confundir tamaño medio de la familia con altura media poniendo como ejemplo cinco componentes de dos metros y medio lo cual no tiene sentido en el contexto (vida real).

Errores de tipo 5 (E5): errores que se producen como consecuencia del uso de métodos propios del estudiante, en general informales.

Tenemos siete números y el más grande es el 6. Sumamos estos números y dividimos la suma por siete. El resultado es 5. ¿Te parece posible?

¿Por qué?

Respuesta: Sí es posible si acaba en 5 y en 0.

Error producido posiblemente al mezclar en el problema propiedades de la media con otras propiedades referidas a la divisibilidad de números.

ANEXO 2

Pruebas inicial y final de competencia estadística

1. Tenemos siete números y el más grande es el 6. Sumamos estos números y dividimos la suma por siete. El resultado es 5. ¿Te parece posible? ¿Por qué? (tomado de Tormo, 1997).
2. Las alturas en centímetros de cinco alumnos de una clase son: 171, 172, 169, 171 y 177. a) ¿cuál es la altura del alumno mediano? b) Si incluimos a un sexto alumno de 190 cm. de altura, ¿cuál sería ahora la altura mediana de los seis alumnos? c) En este último caso, ¿sería la media aritmética un buen representante de la altura de los seis alumnos? Razona la respuesta (tomado de Cobo, 2003).
3. ¿Qué significa que el tamaño de una familia media es de 2,5? ¿Podrías inventar familias cuyo tamaño medio sea 2,5? (tomado de Bakker, 2004).
4. Una familia muy numerosa está compuesta por un padre, una madre y ocho hijos. El peso medio de los dos adultos es de 70 kg y el peso medio de los ocho hijos es de 40 kg. ¿Cuál es el peso medio de los diez miembros de la familia? (tomado de Bakker, 2004).
5. Tenemos dos grupos de alumnos de 11 y 18 años, de los cuales hemos calculado su peso medio y su desviación típica:

	PESO MEDIO	DESVIACIÓN TÍPICA
11 años	40 kg	3 kg
18 años	60 kg	3 kg

En términos relativos, ¿qué grupo de alumnos tiene el peso más disperso con respecto a su media, los de 11 o los de 18 años? Justifica la respuesta.

6. Una profesora califica las redacciones de sus alumnos de la siguiente manera: M(mal); R(regular); B(bien); E(excelente). Las calificaciones en dos de sus grupos han sido las siguientes:

4.º A	M R R B B E E M M M R R R B E E M R R E E E E
4.º B	E E M M R B R B M M E B R E M B B

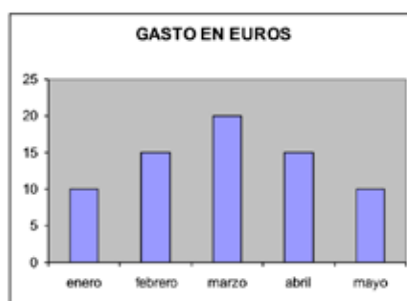
¿Qué grupo ha obtenido mejores notas? ¿Qué medida (media, mediana, moda) sería más apropiada para representar estos datos? (tomado de Godino, 1999).

7. En la siguiente tabla se puede ver el peso de un grupo de 20 mujeres:

PESO (EN KG)	FRECUENCIA
55,65	4
65,75	10
75,85	6

- a) ¿Cuál es el peso medio de estas mujeres? b) ¿Cuál es la desviación típica? (tomado de Cobo, 2003).

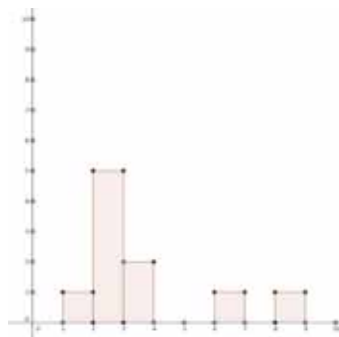
8. El gasto en la factura farmacéutica de una persona en los cinco primeros meses del año viene dado por la gráfica siguiente



- a) ¿Cuál ha sido el gasto medio mensual de esa persona en esos cinco meses? b) ¿Y el gasto mediano? (tomado de Zawojewski, 1986).
9. De acuerdo al diagrama de caja mostrado en la figura siguiente, tres cuartos de los estudiantes del grupo 4.º D reciben menos de: ¿cuántos euros de paga? (tomado de NAEP, 2007).

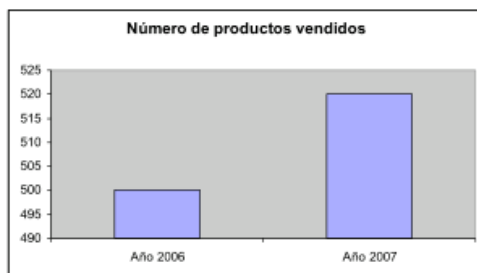


10. Aquí tienes un histograma con los resultados de un examen pasado a un grupo de estudiantes (las notas son sobre diez puntos). a) ¿Cuántos alumnos han sacado más de un 4 en el examen? b) ¿Cuántos alumnos realizaron el examen? c) ¿Qué representan los números en el eje vertical? (tomados de Delmas, Garfield y Ooms, 2005).



11. El 10% de los alumnos de una clase dedica una hora en casa a hacer los deberes, el 50% emplea dos horas, y el resto tres horas. ¿Cuál es la media de trabajo diario que emplean los alumnos de esa clase para hacer los deberes? (Gobierno Foral de Navarra, 2006).

12. El jefe de ventas de una empresa farmacéutica mostró este gráfico y dijo: «El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de productos vendidos comparando 2006 con 2007».



Consideras que la afirmación del jefe de ventas es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta. (tomado de PISA, 2003)

13. Cada uno de los nueve alumnos de una clase de Ciencias pesó separadamente un pequeño objeto en la misma balanza. El peso, en gramos, anotado por cada estudiante viene dado por:

6,2; 6,0; 6,0; 15,3; 6,1; 6,3; 6,2; 6,15 y 6,2.

Los estudiantes quieren determinar de la forma más precisa posible el peso real del objeto. ¿Qué método les recomendarías que usaran? Justifica la respuesta (tomado de Batanero, Cobo y Díaz, 2002).

Interactivity and attention to diversity in learning statistics

MURILLO RAMÓN, JESÚS y CASTELLANOS FONSECA, ROBERTO

Departamento de Matemáticas y Computación. Área de Didáctica de la Matemática. Universidad de La Rioja
 jmurillo@unirioja.es
 roberto.castellanos@unirioja.es

Summary

In order to get teachers to pay attention more efficiently to the diversity of students they can find in their classrooms nowadays, several researchers have simultaneously used, in Mathematics teaching, artificial and human tutorial systems in computer assisted environments (Cobo y Fortuny, 2000; Murillo, 2000; Martín, 2002; Richard, 2003). However, they have used them specially in Geometry teaching. Nevertheless, we have found very few works of the same kind related to the study of Statistics in Compulsory Secondary Education (ESO) using an interactive environment aimed at the diversity of students.

The aim of our research is to build, exemplify and analyze the benefits of a methodological tool thought for improving the success of the students when learning Statistics in Compulsory Secondary Education, working with pupils belonging to a diversification group. For the time being we have built the tutorial system and achieved an assessment through the updated BADYG test and a statistical analysis of the students outputs based on initial and final control tests for students who have used our system and students who have gone through traditional teaching. We have got a classification of errors together with a series of indicators for each kind of error.

Finally, we expect a group of students belonging to a diversification group from a Secondary Education School in La Rioja, one of them with special educational needs due to his severe dyslexia, to develop, through a learning interactive environment, a series of mathematical competences and basic skills in the use of information sources for, with a critical sense, acquiring new knowledge and Information and Communication Technologies training and understanding texts and messages in a correct way.

As an objective of the research we try to describe, exemplify and, through the corresponding tools, analyze the typology of a methodological tool made and designed for the learning of Statistics in the ESO.

In the paper: presented describe the characteristics of the Diversification Curricula in the Compulsory Secondary Education. We characterize the term *Learning Interactive System*. We describe and exemplify with a few of the designed activities how the Statistical Learning Interactive Tutorial System (STIAE) works.

In short, with the work carried out up to now, we can establish the following conclusions and achievements:

- We have designed, described and exemplified a methodological tool, made for the learning of Statistics in the ESO.

This methodological tool, an interactive environment for the learning of Statistics, has activities whose design and structure have been strongly considered both on the characteristics of our students and on the progressive inclusion of aids; also raising different levels of demand based on the activity or problem posed initially. This has been fundamental in order to give response to the educational needs of our students and for getting the basic competences and objectives of the corresponding curriculum.

- The analysis of initial and final tests results shows that the methodology used, through the methodological tool in the use of which the teacher has basically acted as a provider and controller of the learning process, the instructional discourse of which has been a dialogue among teacher and students and with students lively taking part in the acquisition of knowledge, has provided a sharp rise of the global results for all the students, included the one with specific educational needs.

As a result, we can consider it as *a contribution to teaching-learning process*.

- We have got a categorization of the students' errors related to Statistics and a series of indicators for each sort of error.

- We have built some tests (one of them is shown attached in Appendix II as an example) that can be useful for other secondary teachers when they need to assess their students' statistical competence.

- The analysis of the efficiency of our implemented interactive system, comparing the statistical competence achieved by the students that use the interactive environment to the competence acquired by other samples of students that have not followed this methodology, shows the relevance of using the STIAE.

- As a secondary objective, more belonging to the digital competence and to the Information and Communication Technologies topic than to the Didactics of Mathematics, but equally important, we can assure that the effective use of the Internet navigator and e-mail, in the exchange of answers and communications among teachers and students shows the achievement of the objective of *a basic training in the Information and Communication Technologies topic*.

